

Ecuación Dinámica Candidata para el Marco Serena

Campo con valores en S^3 y dinámica tipo Faddeev–Skyrme

J. E. P. Argibay
Independent Researcher

26 de diciembre de 2025

Resumen

Se presenta una ecuación dinámica candidata compatible con el Marco Fundacional Serena. El campo fundamental toma valores en la variedad compacta $S^3 \subset \mathbb{C}^2$. A partir de este campo se define una conexión inducida y una derivada covariante geoméricamente horizontal, lo que conduce a una dinámica efectiva de tipo Faddeev–Skyrme. El objetivo del trabajo es demostrar la no-vacuidad operativa del marco mediante una ecuación local, no lineal y de orden finito, energéticamente estable. No se aborda aquí la selección radiativa efectiva ni la emergencia causal completa, que se remiten a desarrollos posteriores.

1. Contexto y alcance

El Marco Fundacional Serena ha sido introducido en trabajos previos [1]. El presente artículo tiene un alcance deliberadamente limitado: exhibir una ecuación dinámica explícita compatible con dicho marco, estableciendo una base técnica concreta para análisis matemáticos y físicos posteriores.

Este documento constituye una *prueba de concepto*. No pretende cerrar el programa fenomenológico ni fundacional completo asociado a la Teoría Serena.

2. Campo fundamental y estructura geométrica

Sea

$$\psi(x) \in \mathbb{C}^2, \quad \psi^\dagger \psi = 1,$$

un campo con valores en la variedad compacta S^3 .

Se define la conexión inducida

$$A_\mu := -i \psi^\dagger \partial_\mu \psi,$$

que es real como consecuencia directa de la restricción de norma.

La derivada covariante se define como

$$D_\mu \psi := \partial_\mu \psi - i A_\mu \psi.$$

Con estas definiciones se cumple idénticamente

$$\psi^\dagger D_\mu \psi = 0,$$

por lo que $D_\mu \psi$ es tangente a S^3 y horizontal respecto a la fibra $U(1)$.

Se introduce el proyector tangencial

$$\Pi_\psi := I - \psi \psi^\dagger.$$

3. Tensor antisymétrico y topología efectiva

Se define el tensor antisymétrico real

$$S_{\mu\nu} := i \left((D_\mu \psi)^\dagger D_\nu \psi - (D_\nu \psi)^\dagger D_\mu \psi \right).$$

Debido a la invariancia de gauge local inducida por la conexión, la dinámica física efectiva se proyecta sobre el espacio cociente $S^3/U(1) \simeq S^2$. En consecuencia, el modelo pertenece a la clase de teorías tipo Faddeev–Skyrme, cuyos estados ligados estables están caracterizados por el invariante topológico de Hopf.

4. Lagrangiano efectivo y estabilidad

Se considera el lagrangiano local

$$\mathcal{L} = 2c_1 (D_\mu \psi)^\dagger D^\mu \psi - \kappa S_{\mu\nu} S^{\mu\nu}, \quad c_1 > 0, \kappa > 0.$$

El término cuártico garantiza la evasión del colapso trivial conforme al teorema de Derrick en tres dimensiones espaciales, permitiendo la existencia de configuraciones extendidas topológicamente no triviales.

5. Ecuación dinámica candidata

La ecuación de Euler–Lagrange asociada, restringida al espacio tangente mediante proyección, toma la forma:

$$\Pi_\psi [2c_1 D_\mu D^\mu \psi - 2\kappa D_\mu (S^{\mu\nu} D_\nu \psi)] = 0.$$

Esta ecuación es local, no lineal y de orden finito. La restricción $\psi^\dagger \psi = 1$ se preserva dinámicamente.

6. Comentarios sobre métrica y disipación

6.1. Métrica de fondo

La notación covariante utilizada presupone una métrica de fondo fija (típicamente Minkowski) empleada como herramienta auxiliar de cálculo. No se postula aquí una métrica fundamental. De acuerdo con el Marco Serena, la estructura causal efectiva debe emerger del análisis de perturbaciones y del contenido energético del campo, cuestión que se deja para trabajos posteriores.

6.2. Selección radiativa

La ecuación presentada deriva de un principio de acción conservativo. Los mecanismos de pérdida radiativa efectiva y selección dinámica de estados persistentes, centrales en el Marco Serena, no están incorporados explícitamente en esta versión. La ecuación debe entenderse como base dinámica sobre la cual dichos mecanismos puedan analizarse de forma asintótica o efectiva.

7. Conclusión

Se ha presentado una ecuación dinámica candidata coherente con el Marco Serena, con una estructura geométrica consistente y una topología efectiva de tipo Faddeev–Skyrme. El resultado establece una base matemática no vacía y bien definida para explorar la persistencia topológica, la emergencia causal y la conjetura de discreción en desarrollos posteriores.

Referencias

- [1] J. E. P. Argibay, *La Teoría Serena como Marco Fundacional Pre-Dinámico*. Zenodo (10.5281/zenodo.18059332).